2017 京大

I (1)

▷ア　地面を高さの基準として、力学的エネルギー保存則を立てると

$$E = mg \cdot 2r + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = E - 2mgr$$

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m} - 4gr}$$

▷イ　水平投射後の落下時間は自由落下に要する時間と等しいので

$$2r = \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{4r}{g}}$$

よって

$$L = v_B t$$

より

$$4r = v_B\sqrt{\frac{4r}{g}}$$

$$v_B = 4r\sqrt{\frac{g}{4r}}$$

$$= 2\sqrt{gr}$$

▷ウ　点Aと点Bとで力学的エネルギー保存則を適用すると

$$E = 2mgr + \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4gr \;(= v_B)$$

$$= 4mgr$$

2017 京大

I (2)

▷エオ　衝突前後での運動量保存則と反発係数の式は

$$\begin{cases} mv_0 = mv_1 + mv_2 & \text{①} \\ 0.5 = \dfrac{v_2 - v_1}{v_0} & \text{②} \end{cases}$$

②式より

$$v_2 = 0.5v_0 + v_1$$

なので、①式に代入すると、

$$v_0 = v_1 + 0.5v_0 + v_1$$
$$0.5v_0 = 2v_1$$
$$v_1 = \frac{1}{4}v_0.$$

また、

$$v_2 = \frac{3}{4}v_0.$$

よって、

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{16}E \qquad E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{9}{16}E$$

▷カ　mとgは不変であるから、(エ)(オ)を利用して、

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{E_2}{E_1} = 9$$

▷キ　ばねを最も縮めた場合であるから、(ウ)より $E = 4mgr$ であるので、

$$E_2 = \frac{9}{16}\cdot 4mgr = \frac{9}{4}mgr$$

▷ク　(ア)より、$E = E_2$ を代入すると、球②の点Bでの速さ v_B' は、

$$v_B' = \sqrt{\frac{2}{m}\cdot\frac{9}{4}mgr - 4gr} = \sqrt{\frac{1}{2}gr}$$

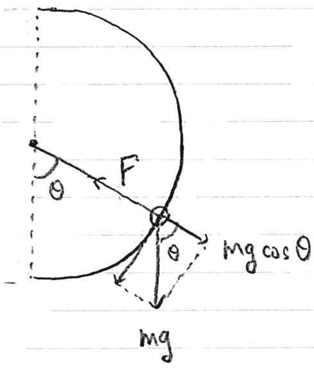
であるから　$L = v_B' t$ より

$$L = \sqrt{\frac{1}{2}gr}\cdot\sqrt{\frac{4r}{g}} = \sqrt{2r^2} = \sqrt{2}\,r$$

2017 京大

I(3)

▶ケコ



図より．運動方程式は．

$$m\frac{v^2}{r} = \underline{F - mg\cos\theta} \quad \text{——(i)}$$

また．力学的エネルギーの保存則は．

$$E_2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgr(1-\cos\theta)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \underline{E_2 - mgr(1-\cos\theta)} \quad \text{——(ii)}$$

▶サ　問題文から「式(i),(ii)からvを消去」,「F=0」を読みとると．要は．θをE₂のみで表すように，という誘導がかかっているのがわかる．

〈解法1〉誘導のとおり．式(i),(ii)からvを消去し，力Fを求め，F=0とする方法．

(i)より　両辺$\frac{r}{2}$倍して．

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{r}{2}(F - mg\cos\theta)$$

(ii)へ代入

$$\frac{r}{2}(F - mg\cos\theta) = E_2 - mgr(1-\cos\theta)$$

$$F - mg\cos\theta = \frac{2E_2}{r} - 2mg(1-\cos\theta)$$

$$F = \frac{2E_2}{r} - 2mg + 2mg\cos\theta + mg\cos\theta$$

$$= \frac{2E_2}{r} - mg(2 - 3\cos\theta)$$

F=0のとき．θ=θ_Fとして．

$$0 = \frac{2E_2}{r} - mg(2 - 3\cos\theta_F)$$

$$\frac{2E_2}{r} = mg(2 - 3\cos\theta_F)$$

$$\frac{2E_2}{mgr} = 2 - 3\cos\theta_F$$

$$3\cos\theta_F = 2 - \frac{2E_2}{mgr}$$

$$\cos\theta_F = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\cdot\frac{E_2}{mgr}$$

$$= \frac{2}{3}\left(1 - \frac{E_2}{mgr}\right)$$

2017 京大

I (3)

▷ サっづき

〈解法2〉 式(i)(ii)に、はじめからF=0を適用してから、vを消去する方法

$F=0$ のとき、$\theta=\theta_F$ として、

(i) より

$$m\frac{v^2}{r} = -mg\cos\theta_F$$

両辺 $\frac{r}{2}$ 倍して、

$$\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}mgr\cos\theta_F$$

(ii) へ代入

$$E_2 - mgr(1-\cos\theta_F) = -\frac{1}{2}mgr\cos\theta_F$$

$$E_2 - mgr + mgr\cos\theta_F = -\frac{1}{2}mgr\cos\theta_F$$

$$\frac{3}{2}mgr\cos\theta_F = mgr - E_2$$

$$\cos\theta_F = \frac{2}{3}\left(1-\frac{E_2}{mgr}\right)$$

一方、$v=0$ のとき、$\theta=\theta_v$ として

(ii) より

$$0 = E_2 - mgr(1-\cos\theta_v)$$

$$E_2 = mgr(1-\cos\theta_v)$$

$$\frac{E_2}{mgr} = 1-\cos\theta_v$$

$$\cos\theta_v = 1-\frac{E_2}{mgr}$$

であるから、

$$\frac{\cos\theta_F}{\cos\theta_v} = \frac{2}{3}$$

2017 京大

I

問1. 内側レールがあるとき点Aにおける球Aの運動エネルギーは最高点で全て位置エネルギーになるが、内側レールがないとき、放物運動の最高到達点では水平方向の速度があるため、運動エネルギーの分だけh_2より低くなる。 (100)

〈パスナビ〉(=大学入試問題正解)
最高到達点で球の運動エネルギーは、内側レール有りでは0であり、内側レール無しでは水平方向左向きの速さにより正である。力学的エネルギーはどちらも同じ値なので後者が重力の位置エネルギーが小さくなるから。 (99)

〈京極一樹〉
内側レールがある場合、h_2において$E_K=0$、E_p：最大となり、内側レールがない場合、$\theta>\theta_F$では、球②は外側レールから離れて放物運動を始め、$E_K>0$となってその分E_pが不足し、球②の最高点はh_2より低くなる。 (97)

〈京大の物理27ヶ年〉(=赤本)
二重レールの高さh_2の点では運動エネルギーを持たないが、斜方投射の最高到達点では速度成分があり運動エネルギーを持つ。よって、力学的エネルギー保存則より、後者の方が重力の位置エネルギーが小さくなるため。 (99)

〈東進〉
前者の実験ではE_2をすべて重力の位置エネルギーに変換できたが、後者の実験では最高到達点で水平方向の速度が存在し、運動エネルギーが残ってしまうため。 (72)

〈物理入試問題集〉
二重レール内を運動する場合は最高点の運動エネルギーは0となるが、放物運動する場合は最高点でも速度の水平成分をもつため、運動エネルギーは0にならず、その分の重力による位置エネルギーが減少するから。 (97)

2017 京大

Ⅱ(1)

▷イ　電界から受ける力の大きさを F_0 とすると

$$F_0 = qE_1$$

▷ロ　$F = qE_1 - kv$ において、$F=0$ となり、

$$0 = qE_1 - kv_1$$

$$v_1 = \frac{qE_1}{k}$$

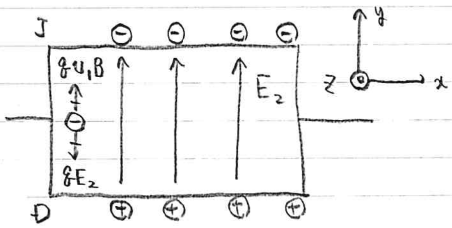
▷ハ二　ローレンツ力の大きさを f とすると

$$f = qv_1B$$

また、向きは、y軸の正となる。

▷ホ　これによって電子は y軸の正側にある J面 へ集まる

▷ヘ



電界 E_2 による クーロン力 qE_2 とローレンツ力 qv_1B がつり合うので

$$qE_2 = qv_1B$$

$$E_2 = v_1B$$

▷ト　求める電圧 U は $V=Ed$ の関係を利用して、

$$U = E_2w$$

$$= v_1Bw$$

▷チ　$I = envS$ より

$$I = qnv_1dw$$

▷リ　(チ)式に $U = v_1Bw = E_2w$ を代入して、

$$I = qnv_1d \cdot \frac{U}{v_1B}$$

$$= qd \cdot \frac{nU}{B}$$

$$B = qd \cdot \frac{nU}{I}$$

2017 京大

Ⅱ(2)

▶ヌ　コンデンサーの電気容量の公式より

$$C = \varepsilon \frac{S}{L}$$

▶ルヲ　(ヌ)式より、コンデンサー①の電気容量をC_1，コンデンサー②の電気容量をC_2とすると、

$$C_1 = \varepsilon \frac{S}{v_2 t} = \varepsilon \frac{S}{L}\cdot\frac{L}{v_2 t} = \underline{\frac{L}{v_2 t} C}_{\,/\!/}\ (ル)$$

$$C_2 = \varepsilon \frac{S}{L - v_2 t} = \varepsilon \frac{S}{L}\cdot\frac{L}{L - v_2 t} = \underline{\frac{L}{L - v_2 t} C}_{\,/\!/}\ (ヲ)$$

▶ワカ　$Q = CV$の関係式を利用して、

$$Q - q_1 = C_1 V_1 = \frac{LC}{v_2 t} V_1$$

$$V_1 = \underline{\frac{(Q - q_1) v_2 t}{LC}}_{\,/\!/}\ (ワ)$$

$$Q + q_2 = C_2 V_2 = \frac{LC}{L - v_2 t} V_2$$

$$V_2 = \underline{\frac{(Q + q_2)(L - v_2 t)}{LC}}_{\,/\!/}\ (カ)$$

▶ヨ　$V_1 + V_2 = \frac{Q}{C}$より

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{LC}\left\{(Q - q_1) v_2 t + (Q + q_2)(L - v_2 t)\right\}$$

$$= \frac{1}{LC}\left\{Q v_2 t - q_1 v_2 t + (Q + q_2)L - Q v_2 t - q_2 v_2 t\right\}$$

$$= \frac{1}{LC}\left\{(Q + q_2)L + (-q_1 - q_2) v_2 t\right\}$$

$$= \frac{1}{LC}\left\{(Q + q_2)L - qN v_2 t\right\} = \frac{Q}{C}$$

よって、

$$(Q + q_2)L - qN v_2 t = QL$$

$$q_2 L - qN v_2 t = 0$$

$$q_2 = \underline{\frac{qN}{L}}_{\,/\!/} \cdot v_2 t$$

▶タ

$I_d = \frac{q_2}{t} = \frac{qN}{L}\cdot v_2$ において　電子群が面Hに到達した後は、$v_2 = 0$ となるので、

$$I_d = \underline{0}_{\,/\!/}$$

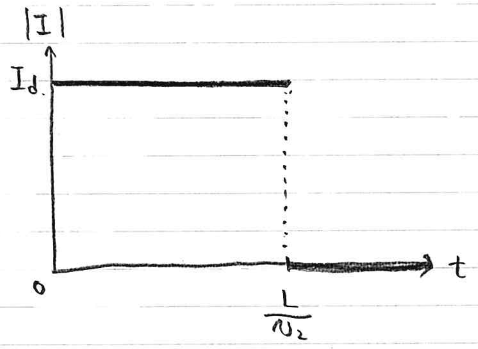
2017 京大

Ⅱ(2)

問1. (ア)より,

$$I_d = \frac{qN}{L} \cdot v_2$$

と表せ リード文内に, v_2 が一定 とあるので. I_d も一定である.
よって, 電子群が面Hに到達するまでは. 一定の I_d をとり,
その後, $I_d = 0$ となる.
ゆえに, グラフは, 以下の通りとなる.



2017 京大

Ⅲ (1)

▶あ $c = f\lambda$ より

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

▶い $c_R = f\lambda_R$ より

$$\lambda_R = \frac{c_R}{f}$$

▶う 振動数は音源も観測者も動かず、風もないので変化しない
よって f （ドップラー効果は起こらない）

(2)

▶え 音源から見た、x軸負の向きに伝わる音波の音速は $c+V$ であり、
振動数は f であるから、波長を λ' とすると、

$c+V = f\lambda'$ より

$$\lambda' = \frac{c+V}{f}$$

▶お ドップラー効果の公式を用いる
壁に届く音波の振動数を f' とすると、

$$f' = \frac{c}{c+V}f$$

運転手Dに聞こえる音波の振動数を f'' とすると

$$f'' = \frac{c-V}{c}f'$$

$$= \frac{c-V}{c}\cdot\frac{c}{c+V}f$$

$$= \frac{c-V}{c+V}f$$

▶か 壁に届く音波の振動数 f' が求まっているので、

$c_R = f'\lambda_R'$ より

$$c_R = \frac{cf}{c+V}\cdot\lambda_R'$$

$$\lambda_R' = \frac{c_R(c+V)}{c}\cdot\frac{1}{f}$$

2017 京大

Ⅲ (2)

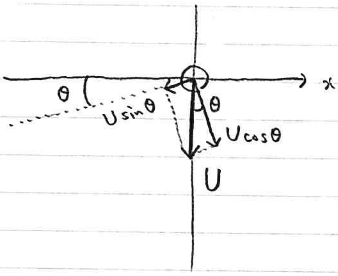
▷き 観測者Qから見た音速は $c_R + W$ であり、波長は λ_R' であるので、観測者Qが聞く音波の振動数を f_R' とすると

$$c_R + W = f_R' \lambda_R' = \frac{c_R(c+V)}{c} \cdot \frac{f_R'}{f}$$

$$f_R' = \frac{c(c_R+W)}{c_R(c+V)} f$$

(3)

▷く



車Sの速さUを図中の破線方向と、その垂直な方向へ分解すると、左図のようになる。

この図から車Sが移動する速度の、音波が進む方向の成分は、

$U\sin\theta$

▷け 車Sから見た図中の破線方向への音速は $c - U\sin\theta$ であり、振動数は f であるから、波長を λ'' とすると

$$c - U\sin\theta = f\lambda''$$

$$\lambda'' = \frac{c - U\sin\theta}{f}$$

一方で、静止しているときの波長は(あ)より

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

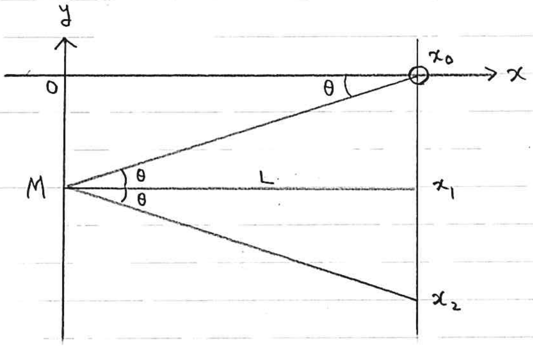
であったから、その倍数差は

$$\frac{\lambda''}{\lambda} = \frac{c - U\sin\theta}{c}$$

2017 京大

Ⅲ (3)

▶ こ



図のように、M, x_0, x_1, x_2 をおく。
音波が $x_0 \to M \to x_2$ と進む間に
車がちょうど $x_0 \to x_2$ と進めばよいので

$$L' = \overline{x_0 x_2}$$
$$= 2 \cdot \overline{x_0 x_1}$$
$$= 2L\tan\theta$$

▶ さ

$\overline{x_0 M}\cos\theta = L$ より、

$$\overline{x_0 M} = \frac{L}{\cos\theta}$$

$\overline{M x_2} = \overline{x_0 M}$ であるから 音波が $x_0 \to M \to x_2$ と進む時間を t_1 とすると、

$$t_1 = \frac{\overline{x_0 M} + \overline{M x_2}}{c}$$
$$= \frac{2\overline{x_0 M}}{c}$$
$$= \frac{2L}{c\cos\theta}$$

また、車が $x_0 \to x_1 \to x_2$ と進む時間を t_2 とすると、

$$t_2 = \frac{2L\tan\theta}{U}$$

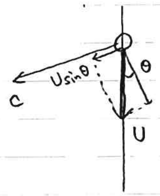
題意より、$t_1 = t_2$ となればよいので、

$$\frac{2L}{c\cos\theta} = \frac{2L\sin\theta}{U\cos\theta}$$
$$\frac{1}{c} = \frac{\sin\theta}{U}$$
$$\therefore \quad \sin\theta = \frac{U}{c}$$

2017 京大

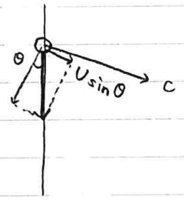
Ⅲ (3)

▶ L



ドップラー効果の公式を用いる.
壁に届く音波の振動数を f_s' とすると.

$$f_s' = \frac{c}{c+U\sin\theta} f$$



運転手Dが聞く反射音の振動数を f_s'' とすると

$$f_s'' = \frac{c+U\sin\theta}{c} f_s'$$

$$= f$$

(4)

▶ すせ

干渉条件は. 経路差=0 はとり得ないとすると

$$\text{経路差} = \begin{cases} (n+1)\lambda \\ (n+\frac{1}{2})\lambda \end{cases} \quad (n=0,1,2\cdots)$$

と表せる.
ここで 経路差は 車Sから発せられて 壁で反射した音の往復キョリを示すので.

$$\frac{2L}{\cos\theta} = \begin{cases} (n+1)\lambda \\ (n+\frac{1}{2})\lambda \end{cases}$$

いま.

$$\sin\theta = \frac{U}{c} \quad \text{より} \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{c^2-U^2}}{c}$$

であるから

$$\frac{2Lc}{\sqrt{c^2-U^2}} = \begin{cases} (n+1)\lambda \\ (n+\frac{1}{2})\lambda \end{cases}$$

よって.

$$L = \frac{\sqrt{c^2-U^2}}{2c}\lambda \begin{cases} n+1 \\ n+\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\downarrow \quad \lambda = \frac{c}{f}$$

$$= \frac{\sqrt{c^2-U^2}}{2f} \begin{cases} n+1 \\ n+\frac{1}{2} \end{cases}$$

(す) (せ)

(せ)に関しては. 音波の固定端反射について. この音波を物質波とするか密度波とするかで条件が不足し. どちらも解としてありえるため. 受験生全員を正解とする発表がされている.