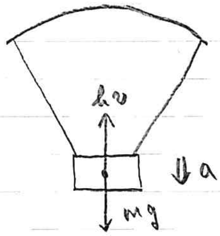
2019 阪大

[1] 問1



鉛直下向きを正として

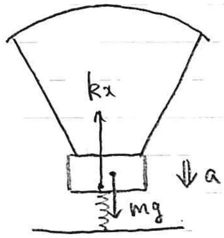
$$ma = mg - kv \quad (k>0)$$

問2. 終端速度に達しているとき $a=0$ であるから

$$0 = mg - kv_f$$

$$v_f = \frac{mg}{k}$$

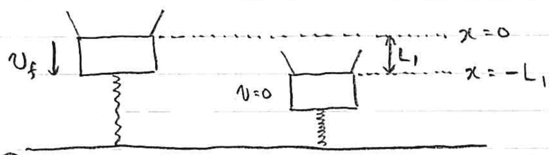
問3



鉛直下向きを正として

$$ma = mg - kx$$

問4



位	0	$-mgL_1$
運	$\frac{1}{2}mv_f^2$	0
弾	0	$\frac{1}{2}kL_1^2$

力学的E保存則は、

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = -mgL_1 + \frac{1}{2}kL_1^2$$

2019 阪大

[1] 問5

$ma = mg - kx$ より

$a = g - \frac{k}{m}x$ である。

$a = 15g$ のとき、$x = L_1$ とすると、

$15g = g - \frac{k}{m}L_1$

これは $L_1 < 0$ となり不適

$a = -15g$ のとき、$x = L_1$ とすると、

$-15g = g - \frac{k}{m}L_1$

$\frac{k}{m}L_1 = 16g$

$k = \frac{16mg}{L_1}$ //

問6

$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}kL_1^2 - mgL_1$ より

$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{16mg}{L_1}\cdot L_1^2 - mgL_1$

$mv_f^2 = \frac{16mg}{L_1}\cdot L_1^2 - 2mgL_1$

$= 16mgL_1 - 2mgL_1$

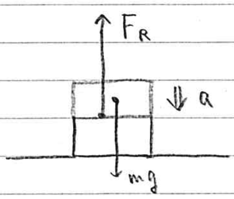
$= 14mgL_1$

$v_f^2 = 14gL_1$

$\therefore$

$L_1 = \frac{v_f^2}{14g}$ //

問7



鉛直下向きを正として、

$ma = mg - F_R$ //

2019 阪大

[1] 問8　小物体にかかる合力は、鉛直上向きに $F_R - mg$ であるから
運動量と力積の関係より

$$mv_f - (F_R - mg)T = 0$$

$$\therefore \quad T = \frac{mv_f}{F_R - mg}$$

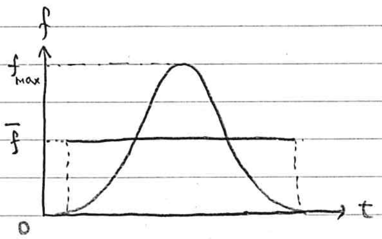
問9　初速度 v_f、加速度 $-15g$ で L_2 だけ進むと停止する
等加速度運動であるから
$v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$$0^2 - v_f^2 = 2\cdot(-15g)\cdot L_2$$

$$L_2 = \frac{v_f^2}{30g}$$

問10 (a)　緩衝材がされる仕事は、緩衝材が押される力と押されるキョリの
積であるから、物体が緩衝材に及ぼす力と、縮む長さの積
(a)　(く)

(b)(c)　ばねに加わる力は、下図のようになる。

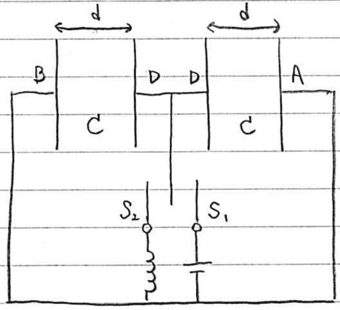


ゆえに加わる力の最大値より
(b)　(う)
平均の力の方が小さくなる
(c)　(か)

(d)(e)　従って、衝激をやわらげる方法としては
緩衝材のほうがばねより厚みを薄くできる
(d)　(い)　(e)　(あ)

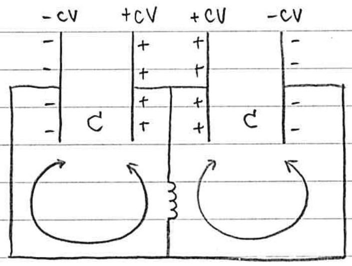
2019 阪大

〔2〕 スイッチが開いているとき、極板Dが孤立していることに注目して回路を書き換えると、次のようになる



S_1を閉じたとき、電気容量Cのコンデンサーが2つ、並列接続された回路と見做せるので、合成容量は2Cとなる。

問1



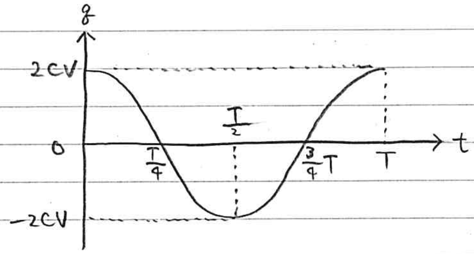
電気振動の周期

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

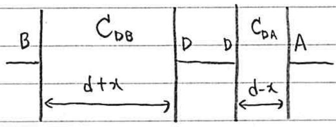
において、$C \mapsto 2C$ と置換すればよいので

$$T = 2\pi\sqrt{2LC}$$

問2 充電したとき、左右どちらのコンデンサーにも、$Q = CV$ の電気量が蓄電するので、極板Dには $q = 2CV$ の電気量が蓄電され、これが初期値かつ最大値である。



問3



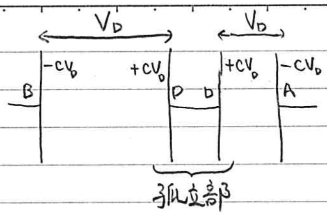
$C = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$ より、極板間隔と電気容量は反比例するよって

$$C_{DA} = \frac{d}{d-x}C$$

$$C_{DB} = \frac{d}{d+x}C$$

$$\boxed{\begin{aligned} C_{DA} &= \varepsilon_0\frac{S}{d-x} \\ &= \varepsilon_0\frac{S}{d}\cdot\frac{d}{d-x} \\ &= C\cdot\frac{d}{d-x} \end{aligned}}$$

[2] 問4



極板Dの電位をV_Dとする。極板D内で電位にかたよりはなく、両面とも電位はV_Dとなり、極板A, Bは、ともに基準($V=0$)であるから左右のコンデンサーとも、電位差はV_Dとなる。

いま、極板Dには $q=2CV$ が蓄電されているので、電気量保存則より、

$$C_{DA}V_D + C_{DB}V_D = 2CV$$

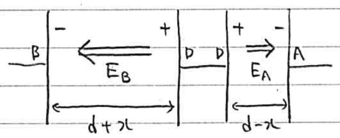
$$\left(\frac{d}{d-x} + \frac{d}{d+x}\right)\cancel{C}V_D = 2\cancel{C}V$$

$$\frac{d(d+x) + d(d-x)}{(d-x)(d+x)}V_D = 2V$$

$$\frac{2d^2}{d^2-x^2}V_D = 2V$$

$$\underline{V_D = \frac{d^2-x^2}{d^2}V}\ {}_{//}$$

問5



電場は+極板から-極板に向かう向きで、いま、極板Bから極板Aへの向きを正としているので、E_Bは負、E_Aは正である。

$V=Ed$ より

$$V_D = E_A(d-x) \qquad V_D = E_B(d+x)$$

$$E_A = \frac{1}{d-x}V_D \qquad E_B = -\frac{1}{d+x}V_D$$

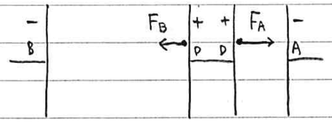
$$= \frac{1}{d-x}\cdot\frac{d^2-x^2}{d^2}V \qquad = -\frac{1}{d+x}\cdot\frac{d^2-x^2}{d^2}V$$

$$= \frac{1}{d-x}\cdot\frac{(d-x)(d+x)}{d^2}V \qquad = -\frac{1}{d+x}\cdot\frac{(d-x)(d+x)}{d^2}V$$

$$\underline{= \frac{d+x}{d^2}V}\ {}_{//} \qquad \underline{= -\frac{d-x}{d^2}V}\ {}_{//}$$

$$\left(= \frac{x-d}{d^2}V\right)$$

[2] 問6



極板は、お互いに蓄えられている電荷によって静電気力で引きよせられる

$$F = \frac{1}{2} QE \quad \text{より}$$

$$F_A = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{d}{d-x} C V_D}_{Q} \cdot \underbrace{\frac{d+x}{d^2} V}_{E}$$

$$F_B = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{d}{d+x} C V_D}_{Q} \cdot \underbrace{\frac{d-x}{d^2} V}_{E}$$

であるから、極板Bから極板Aへの向きを正とすると、

$$F_D = F_A - F_B$$

$$= \frac{1}{2} C V_D V \left(\frac{d}{d-x}\cdot\frac{d+x}{d^2} - \frac{d}{d+x}\cdot\frac{d-x}{d^2} \right)$$

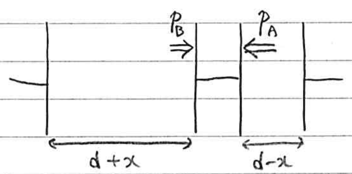
$$= \frac{1}{2} C \cdot \frac{d^2-x^2}{d^2} V^2 \left(\frac{d+x}{d(d-x)} - \frac{d-x}{d(d+x)} \right)$$

$$= \frac{\cancel{d^2-x^2}}{2d^2} C V^2 \cdot \frac{(d+x)^2-(d-x)^2}{d\cancel{(d-x)(d+x)}}$$

$$= \frac{1}{2d^3} C V^2 \cdot \left(d^2+2dx+x^2-d^2+2dx-x^2 \right)$$

$$= \frac{2x}{d^2} C V^2$$

問7



ボイルの法則より

$$PV = \text{const.}$$

$$P\cancel{S}d = P_A \cancel{S}(d-x)$$

$$P_A = \frac{d}{d-x} P$$

$$P\cancel{S}d = P_B \cancel{S}(d+x)$$

$$P_B = \frac{d}{d+x} P$$

よって $F = PS$ より

$$F' = (P_B - P_A) S$$

$$= \left(\frac{d}{d+x} - \frac{d}{d-x} \right) PS$$

$$= -\frac{2dx}{d^2-x^2} PS$$

〔2〕問8

$$F = F' + F_D$$

$$= -\frac{2dx}{d^2-x^2}PS - \frac{2x}{d^2}CV^2$$

$$= \frac{-2d^3xPS - 2x(d^2-x^2)CV^2}{d^2(d^2-x^2)}$$

$$= -\frac{2\{d^3PS-(d^2-x^2)CV^2\}}{d^2(d^2-x^2)}x$$

これが復元力となるには

$$\frac{2\{d^3PS-(d^2-x^2)CV^2\}}{d^2(d^2-x^2)} > 0$$

となればよい

$|x| < d$ より、$d^2(d^2-x^2) > 0$ であるから

$$d^3PS - (d^2-x^2)CV^2 > 0$$

$$d^3PS > (d^2-x^2)CV^2$$

また、$d^2 \geqq d^2-x^2$ であるから

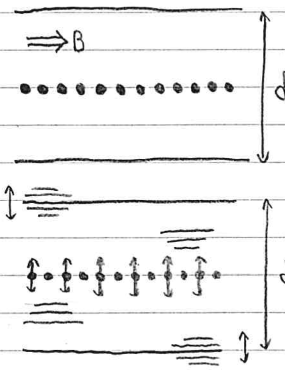
$$d^3PS > d^2CV^2 \geqq (d^2-x^2)CV^2$$

左側の大小関係から

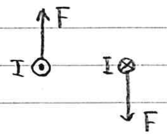
$$P > \frac{CV^2}{dS}$$

2019 阪大

[3] 問1



フレミングの法則により導線に加わる力は



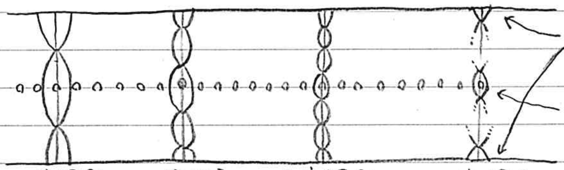
が交流周波数 f に合わせて現れる

よって導線には $\underline{z}$ 軸に平行に、
(a) (う)

振動数 $\underline{f}$ の $\underline{縦波}$ として伝播する
(b) (え) (c) (き)

問2

z軸上に縦波が発生し、振動数が f_1, f_2, f_3 のとき共振する
波は平板の上下面では自由端反射し、導線部は常に振動しているので腹となる



f_1 のとき、n 倍振動しているとすると、
f_2 のとき、$(n+2)$ 倍振動、
f_3 のとき、$(n+4)$ 倍振動　となる。

また、
2倍振動のとき、$d = \lambda$
4倍振動のとき、$d = 2\lambda$
6倍振動のとき、$d = 3\lambda$
であるから
n 倍振動のとき、$d = \frac{n}{2}\lambda$

$$\therefore \lambda = \frac{2d}{n}$$

ゆえに、振動数 f_1, f_2 のときの波長を λ_1, λ_2 とすると、

$v = f_1 \lambda_1$ より

$$= f_1 \cdot \frac{2d}{n} \quad \text{——— ①}$$

$v = f_2 \lambda_2$ より

$$= f_2 \cdot \frac{2d}{n+2} \quad \text{——— ②}$$

2019 阪大

[3] 問2続 ①より

$$n = \frac{2df_1}{v}$$

②へ代入して.

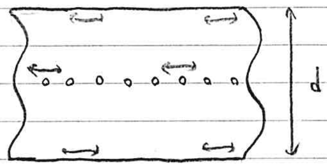
$$v = f_2 \frac{2d}{\left(\frac{2df_1}{v} + 2\right)}$$

$$\left(\frac{2df_1}{v} + 2\right)v = 2df_2$$

$$2df_1 + 2v = 2df_2$$

$$\underline{v = d(f_2 - f_1)}$$

問3.



z軸上に横波が発生し、振動数が、f_4, f_5 のとき共振する.
このとき、波の速さ v' は、問2と同様に求めることができるので、

$f_1 \longmapsto f_4$, $f_2 \longmapsto f_5$

と置換して

$$v' = d(f_5 - f_4)$$

よって 縦波の速さ v に対する 横波の速さ v' は、

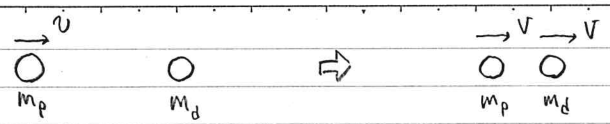
$$\frac{v'}{v} = \frac{d(f_5 - f_4)}{d(f_2 - f_1)}$$

$$= \underline{\frac{f_5 - f_4}{f_2 - f_1}} < 1$$

となり、縦波の方が横波より速く伝播する

2019 阪大

[3] 問4.



最接近した瞬間，両粒子の相対速度は0となるので，一体化する
衝突問題として解ける
陽子の初速度を v とすると，

$$E_p = \frac{1}{2} m_p v^2 \quad \text{より}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_p}{m_p}}$$

最接近したとき，両粒子は等しい速度 V になるので，運動量保存則より

$$m_p v = (m_p + m_d) V$$

$$V = \frac{m_p}{m_p + m_d} v$$

$$= \frac{m_p}{m_p + m_d} \sqrt{\frac{2E_p}{m_p}}$$

$$= \underline{\frac{\sqrt{2 m_p E_p}}{m_p + m_d}} \,_{//}$$

問4別

$$E_p = \frac{1}{2} m_p v^2 \quad \text{より}$$

$$= \frac{1}{2m_p} \cdot m_p^2 v^2$$

ここで，陽子の運動量 $m_p v$ を p とすると，

$$= \frac{p^2}{2m_p}$$

と書けるので，

$$p = \sqrt{2 m_p E_p}$$

よって，運動量保存則より

$$p = (m_p + m_d) V$$

$$V = \underline{\frac{\sqrt{2 m_p E_p}}{m_p + m_d}} \,_{//}$$

2019 阪大

[3] 問5　最接近したとき，両粒子の速度は V であるから，最接近距離を R として
エネルギー保存則より

$$E_p = \frac{1}{2}(m_p + m_d)V^2 + k_0\frac{e^2}{R}$$

$$k_0\frac{e^2}{R} = E_p - \frac{1}{2}(m_p + m_d)V^2$$

$$= E_p - \frac{2m_pE_p}{2(m_p+m_d)}$$

$$= E_p - \frac{m_p}{m_p+m_d}E_p$$

$$= \frac{m_d}{m_p+m_d}E_p$$

$$R = \frac{m_p+m_d}{m_d}\cdot\frac{k_0e^2}{E_p}$$

問6.　問5において，$E_p \mapsto E_d$，$m_p \mapsto m_d$，$m_d \mapsto m_p$ と置換すると．

$$R' = \frac{m_p+m_d}{m_p}\cdot\frac{k_0e^2}{E_d}$$

これが R と等しくなるとき，

$$\frac{m_p+m_d}{m_p}\cdot\frac{k_0e^2}{E_d} = \frac{m_p+m_d}{m_d}\cdot\frac{k_0e^2}{E_p}$$

$$m_pE_d = m_dE_p$$

∴

$$\frac{E_d}{E_p} = \frac{m_d}{m_p}$$

質量数に注目すると，$m_d \fallingdotseq 2m_p$ であるから．

$$\frac{E_d}{E_p} \fallingdotseq 2 \quad (お)$$

問7　$m_p + m_d > M$ であることに注意して，

$$(m_p+m_d-M)c^2$$

2019 阪大

[3] 問8 プランク定数をh, 振動数をνとすると. ガンマ線の運動量p_GとエネルギーE_Gは.

$$p_G = \frac{h\nu}{c}, \quad E_G = h\nu$$

と書けるので. 運動量とエネルギーの関係は.

$$p_G = \frac{E_G}{c}$$

となる. また, ヘリウム3原子核の運動量p_hは.

$$p_h = MV_h$$

と書ける.
陽子と重陽子は, はじめ, 逆向きに同じ大きさの初期運動量を持つため. 衝突前の運動量は 0 である.
運動量保存を考えると. 衝突後の運動量の和が 0 になるためには. p_G と p_h は逆符号の運動量を持つこととなり.

$$0 = p_G - p_h$$
$$= \frac{E_G}{c} - MV_h$$

∴

$$E_G = \underline{MV_h c}$$

問9

$$\frac{\frac{1}{2}MV_h^2}{E_G} = \frac{\frac{1}{2}MV_h^2}{MV_h c}$$
$$= \underline{\frac{V_h}{2c}}$$

$V_h \ll c$ であるから. 核融合で放出されるエネルギーのほぼ全ては. ガンマ線のエネルギーであるとわかる.

問10.

$$E_s = k_0 \frac{e^2}{r} \text{ より}$$

$$E_s = 9.0\times10^9 \cdot \frac{(1.6\times10^{-19})^2}{10^{-15}} \quad [\mathrm{J}]$$

$1\,\mathrm{eV} = 1.6\times10^{-19}\,\mathrm{J}$ であるから.

$$= 9.0\times10^9 \cdot \frac{1.6\times10^{-19}}{10^{-15}} \quad [\mathrm{eV}]$$
$$= 14.4\times10^9\cdot10^{-19}\cdot10^{15}$$
$$= 1.44\times10^6$$
$$\fallingdotseq \underline{1\times10^6 \quad [\mathrm{eV}]}$$

2019 阪大

[3] 問11

$$E_s\,[\mathrm{J}] = \frac{3}{2}kT_s\,[\mathrm{J}] \quad より.$$

$$9.0\times10^9\cdot\frac{(1.6\times10^{-19})^2}{10^{-15}} = \frac{3}{2}\cdot1.4\times10^{-23}\cdot T_s$$

$$6.0\times10^9\cdot1.6^2\cdot10^{-38}\cdot10^{15} = 1.4\times10^{-23}\,T_s$$

$$T_s = \frac{6.0\cdot1.6^2}{1.4}\times10^9\cdot\cancel{10^{-38}\cdot10^{15}\cdot10^{23}}$$

$$= 10.97\times10^9$$

$$\fallingdotseq 1\times10^{10}\ [\mathrm{K}] \quad (100億\,\mathrm{K})$$

一方で、太陽の中心部の推定温度は、

1600万℃ $\fallingdotseq 1.6\times10^7$ [K]

と、非常に低い。

これは、トンネル効果という現象により、核子に近づくときに高まるクーロン力によるエネルギーをすり抜けることができるためと考えられる