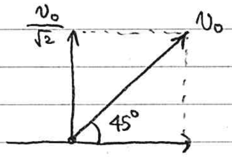
2018 阪大

[1] 問1



車の速さが変わらないので仰角45°に初速度v_0で運動する斜方投射となる

鉛直方向について

$$v_y = v_{0y} - gt_1 \quad より$$

$$0 = \frac{v_0}{\sqrt{2}} - gt_1$$

$$v_0 = \sqrt{2}gt_1 \quad \text{———} (*)$$

また，最高点の高さがhであるから

$$h = v_{0y}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \quad より$$

$$h = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$= \frac{\sqrt{2}gt}{\sqrt{2}}\cdot t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$= gt_1^2 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$= \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$\therefore \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \,/\!/$$

問2　前問(*)式にtを代入して．

$$v_0 = \sqrt{2}gt_1$$

$$= \sqrt{2}g\cdot\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$= 2\sqrt{gh} \,/\!/$$

問3　助走距離をL_1とすると．L_1だけ走行して．速度がv_0となればいいので

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad より$$

$$v_0^2 - 0^2 = 2aL_1$$

$$\downarrow \quad v_0 = 2\sqrt{gh}$$

$$4gh = 2aL_1$$

$$L_1 = \frac{2gh}{a} \,/\!/$$

2018 阪大

[1] 問4　高さhに到達するためには，ジャンプするときの速度の鉛直成分v'_{0y}は力学的エネルギー保存則より

$$mgh = \frac{1}{2}mv'^{2}_{0y}$$

$$v'_{0y} = \sqrt{2gh}$$

であればいいので，鉛直方向への運動量と力積の関係より

$$I = F\Delta t = m\Delta v$$

$$= mv'_{0y}$$

$$= m\sqrt{2gh}$$

問5　鉛直方向の初速度v'_{0y}で，高さhだけ上がるのに要する時間t_2は，

$$v = v'_{0y} - gt_2 \quad \text{より}$$

$$0 = \sqrt{2gh} - gt_2$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{2gh}}{g}$$

$$= \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

よって塀までの距離をlとすると

$$l = vt_2 \quad \text{より}$$

$$l = v\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

問6　仰角45°にジャンプするとき，I，より投射の初速度がv_0であればよいので，助走距離L_2だけ走行したときの速度が水平方向に$\frac{v_0}{\sqrt{2}}$であればよい。

よって

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \text{より}$$

$$\left(\frac{v_0}{\sqrt{2}}\right)^2 - 0^2 = 2aL_2$$

$$\frac{v_0^2}{2} = 2aL_2$$

$$L_2 = \frac{v_0^2}{4a}$$

問2より　$v_0 = 2\sqrt{gh}$　なので

$$= \frac{4gh}{4a}$$

$$= \frac{gh}{a}$$

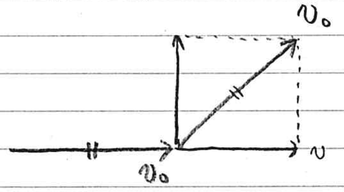
2018 阪大

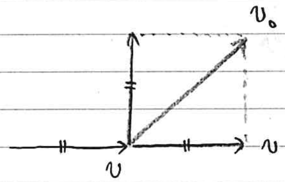
[1] 問7　問3の結果　$L_1 = \frac{2gh}{a}$

問6の結果　$L_2 = \frac{gh}{a}$

問3も問6も，投射の初速度は v_0 であるが，その直前の速度が異なっている

〈問3〉　〈問6〉





$(v_0 > v)$

ジャンプ前後で，運動量のx成分は，問6で保存，問3で減少．
(a)　(う)

また，力学的エネルギーは，問3で保存，問6で増加．
(b)　(い)

問8　問3でも，問6でも，放物運動自体は同じ軌道となる
変わるのは，助走距離である．

放物運動の軌道は全く同じ運動のふるまいとなるので，
塀を越えてから地面に達するまでの時間は 変化していない．
(c)　(う)

また，塀の位置から車が地面に達した点までのx軸方向の距離
も 変化していない
(d)　(う)

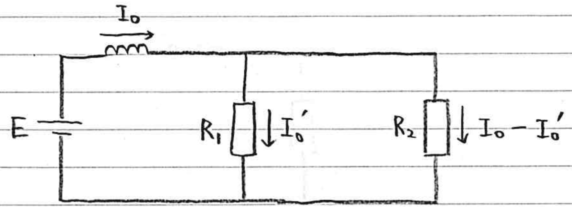
2018 阪大

〔2〕問1. 初期状態において、コイルを流れる電流 I_0 は定常電流であるから
コイルを導線と見做して

$$E - R_2 I_0 = 0$$

$$I_0 = \frac{E}{R_2}$$

問2



並列部の電位差は等しいので、

$$R_1 I_0' = R_2 (I_0 - I_0')$$

$$= R_2 I_0 - R_2 I_0'$$

$$(R_1 + R_2) I_0' = R_2 I_0$$

$$I_0' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_0$$

消費電力の総量 P_0 は、R_1, R_2 それぞれの消費電力を求めてから和を算出するよりも、合成抵抗を求めて、回路全体を一本化して求める方が楽である。

合成抵抗は、

$$R_{合} = \frac{積}{和} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$ であるから

消費電力の総量 P_0 は、

$$P_0 = R_{合} I_0^2$$

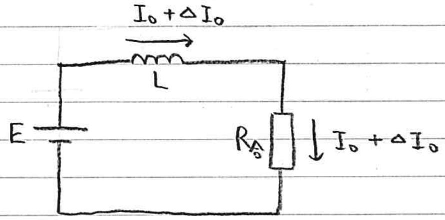
$$= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(\frac{E}{R_2}\right)^2$$

$$= \frac{R_1 R_2}{R_2^2 (R_1 + R_2)} E^2$$

$$= \frac{R_1}{R_2 (R_1 + R_2)} E^2$$

2018 阪大

〔2〕問3　回路を合成しておく



キルヒホフ第2法則より

$$E - L\frac{\Delta I_0}{\Delta t} = (I_0+\Delta I_0)R_合$$

$$= I_0\left(1+\frac{\Delta I_0}{I_0}\right)R_合$$

$I_0 \gg \Delta I_0$ より

$$= I_0 R_合$$

$$= \frac{E}{R_2}\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

$$= \frac{R_1}{R_1+R_2}E$$

$$L\frac{\Delta I_0}{\Delta t} = E - \frac{R_1}{R_1+R_2}E$$

$$= \frac{R_2}{R_1+R_2}E$$

$$\frac{\Delta I_0}{\Delta t} = \underline{\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{E}{L}}$$

また、

$$U_0 = \frac{1}{2}LI_0^2,\quad U = \frac{1}{2}L(I_0+\Delta I_0)^2 \text{ より}$$

$$\Delta U = U - U_0$$

$$= \frac{1}{2}L(I_0+\Delta I_0)^2 - \frac{1}{2}LI_0^2$$

$$= \frac{1}{2}L\left(I_0^2 + 2I_0\Delta I_0 + (\Delta I_0)^2\right) - \frac{1}{2}LI_0^2$$

$$= LI_0\Delta I_0$$

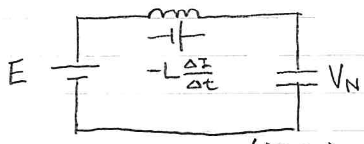
$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = LI_0\frac{\Delta I_0}{\Delta t}$$

$$= \cancel{L}\cdot\frac{E}{\cancel{R_2}}\cdot\frac{\cancel{R_2}}{R_1+R_2}\cdot\frac{E}{\cancel{L}}$$

$$= \underline{\frac{E^2}{R_1+R_2}}$$

2018 阪大

[2] 問5



(ΔI<0)

スイッチを切った直後、電流が流れるが、しばらくしてから発光が停止することから
$\Delta I<0$ であることが分かる
この間のコイルの誘導起電力が、

$$-L\frac{\Delta I}{\Delta t}\quad(>0)$$

になることを考えて、キルヒホッフの法則より

$$E-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=V_N$$

$$L\frac{\Delta I}{\Delta t}=E-V_N$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t}=\underline{\frac{1}{L}(E-V_N)}\quad(<0),\ (E<V_N)$$

問6

$$I=\alpha t+\beta$$

$$\alpha=\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$=\frac{\Delta I}{\Delta t}t+\beta$$

ここで、$t=T_1$ のとき、$I=I_1$ であるから

$$I_1=\frac{\Delta I}{\Delta t}T_1+\beta$$

$$\beta=I_1-\frac{\Delta I}{\Delta t}T_1$$

∴

$$I=\frac{\Delta I}{\Delta t}t+I_1-\frac{\Delta I}{\Delta t}T_1$$

$$=\frac{\Delta I}{\Delta t}(t-T_1)+I_1$$

$$=\underline{\frac{1}{L}(E-V_N)(t-T_1)+I_1}$$

2018 阪大

〔2〕問7　同様に、$t=T_2$ のとき、$I=0$ となればいいので、

$$0=\frac{1}{L}(E-V_N)(T_2-T_1)+I_1$$

$$I_1=\frac{1}{L}(V_N-E)(T_2-T_1)$$

$$T_2-T_1=\frac{LI_1}{V_N-E}$$

$$\underline{T_2=\frac{LI_1}{V_N-E}+T_1}\,/\!/$$

問8　[領域1]
$t=T_0$ で $I=0$ ⟶ (い) ×
コイルはスイッチを入れた直後、最も抵抗が大きく、その後
ただちに電流が流れ出す ⟶ (う) ×　∴ (あ)//

[領域2]
問5より、
$$\frac{\Delta I}{\Delta t}=\text{const}<0 \qquad \therefore \text{(い)}/\!/$$

[領域3]
スイッチONの瞬間は断線状態となるので、$V=0$
その後しばらくすると、コイルは導線と見做すことができるので
$V=E$

∴ (い)//

問9　問6において、$L\longmapsto 2L$ と置換すると、

$$I'=\frac{1}{2L}(E-V_N)(t-T_1)+I_1$$

ここで、$t=T_1$ のとき、

$$I'=I_1$$

よって、光り始めは同じ明るさとなる
(a)　(う)
また、ネオン管の発光停止時間を $t=T_2$ とすると、問7より

$$T_2-T_1=\frac{LI_1}{V_N-E}$$

と書けるが、$L\longmapsto 2L$ と置換すると、

$$2(T_2-T_1)=\frac{2LI_1}{V_N-E}$$

となり、発光時間も2倍となる

2018 阪大

[3] 問1　リード文に「電子の軌道の一周の長さが電子のド・ブロイ波長の自然数倍」とあるので、自然数を n として

$$2\pi r = n\lambda$$
$$= n \cdot \frac{h}{mv}$$
$$v = \frac{nh}{2\pi m r}$$

問2　円運動の運動方程式に問1の v を適用して

$$m\frac{v^2}{\cancel{r}} = k_0\frac{e^2}{r^{\cancel{2}}}$$
$$\cancel{m}\cdot\frac{n^2h^2}{4\pi^2 m^{\cancel{2}} r^{\cancel{2}}} = k_0\frac{e^2}{\cancel{r}}$$
$$r = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m k_0 e^2}$$

よって最小の半径を r_{min} とすると、$n=1$ として

$$r_{min} = \frac{h^2}{4\pi^2 m k_0 e^2}$$

問3　円運動の運動方程式に万有引力も考慮すると、

$$m\frac{v'^2}{r'} = k_0\frac{e^2}{r'^2} + s\cdot k_0\frac{e^2}{r'^2}$$
$$= (1+s)k_0\frac{e^2}{r'^2}$$

$(1+s)$ を k_0e^2 の係数と考えると、

$$r'_{min} = \frac{h^2}{4\pi^2(1+s)m k_0 e^2}$$
$$= \frac{1}{1+s}r_{min}$$

よって

$\frac{1}{1+s}$ 倍

2018 阪大

[3] 問4　問3と同様に，円運動の運動方程式に，修正万有引力の法則を考慮すると

$$m\frac{v''^2}{r''} = k_0\frac{e^2}{r''^2} + G'\frac{Mm}{r''^3}$$

また，問1と同様に，ボーアの量子条件から，

$$v'' = \frac{nh}{2\pi m r''}$$

となるから，

$$\frac{m}{r''}\cdot\frac{n^2h^2}{4\pi^2m^2r''^2} = \frac{k_0e^2r''}{r''^3} + \frac{G'Mm}{r''^3}$$

$$\frac{n^2h^2}{4\pi^2m} = k_0e^2r'' + G'Mm$$

$$k_0e^2r'' = \frac{n^2h^2}{4\pi^2m} - G'Mm$$

$$r'' = \frac{n^2h^2}{4\pi^2mk_0e^2} - \frac{G'Mm}{k_0e^2}$$

$$r''_{min} = \frac{h^2}{4\pi^2mk_0e^2} - \frac{G'Mm}{k_0e^2}$$

$$= \frac{h^2}{4\pi^2mk_0e^2}\left(1 - \frac{4\pi^2mk_0e^2}{h^2}\cdot\frac{G'Mm}{k_0e^2}\right)$$

$$= r_{min}\left(1 - \frac{4\pi^2m^2G'M}{h^2}\right)$$

$$\frac{r''_{min}}{r_{min}} = 1 - \frac{4\pi^2G'Mm^2}{h^2} \equiv 1 - \delta$$

よって

$$\delta = \frac{4\pi^2G'Mm^2}{h^2}$$

2018 阪大

[3] 問5　$r=R$において、それぞれの法則が同じ大きさの力を与える、とあるので、

$$G\frac{Mm}{R^2} = G'\frac{Mm}{R^3}$$ より

$$GR = G'$$

よって、問4のδに各値代入すると

$$\delta = \frac{4\pi^2 G'Mm^2}{h^2}$$

（与えられたR, s, rのみで表すことを目指す）

$$= \frac{4\pi^2 GRMm^2}{h^2}$$

$$= R\cdot\frac{GMm}{k_0e^2}\cdot\frac{4\pi^2 mk_0e^2}{h^2}$$

$$= R\cdot s\cdot\frac{1}{r_{min}}$$

$$= 10^{-4}\cdot 4\times10^{-40}\cdot\frac{1}{5\times10^{-11}}$$

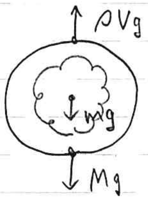
$$= 0.80\times10^{-33}$$

$$= \underline{8\times10^{-34}}$$　（有効数字1ケタ指定）

問6.　容器のみが受ける浮力の大きさは、アルキメデスの原理より

$$F = \underline{\rho Vg}$$

問7



気体Yと容器の重さより浮力の大きさが大きければよいので、
気体Yの質量mが
$$m = \frac{1}{2}\rho V$$ と表せることから

$$\rho Vg > \frac{1}{2}\rho Vg + Mg$$

$$\underline{M < \rho V - \frac{1}{2}\rho V = \frac{1}{2}\rho V}$$

問8.　ピストンを引くと気体Xの密度が減少し、ρ'になるため、容器に加わる浮力も$\rho'Vg$となる。このとき、

$$\rho'Vg = \frac{1}{2}\rho Vg + Mg$$ より

$$\rho' = \underline{\frac{1}{2}\rho + \frac{M}{V}}$$

2018 阪大

[3] 問9

$$M = \frac{V\rho}{4}$$ とするので問8の値は.

$$\rho' = \frac{1}{2}\rho + \frac{1}{4}\rho$$

$$= \frac{3}{4}\rho$$

気体Xの質量はピストンの位置に関わらず等しいので、ピストンが端からの距離LにあるときとL'にあるときとを考えると

$$\rho(SL - V) = \rho'(SL' - V)$$

$$= \frac{3}{4}\rho(SL' - V)$$

$$SL - V = \frac{3}{4}(SL' - V)$$

$$\frac{3}{4}SL' = SL - \frac{1}{4}V$$

$$L' = \frac{4}{3}L - \frac{V}{3S}$$ //

問10 等圧変化をしているので、シャルルの法則より

$$\frac{LS - V}{T} = \frac{L'S - V}{T'}$$

$$\therefore T' = \frac{L'S - V}{LS - V}T$$

$$= \frac{\left(\frac{4}{3}L - \frac{V}{3S}\right)S - V}{LS - V}T$$

$$= \frac{\frac{4}{3}LS - \frac{V}{3} - V}{LS - V}T$$

$$= \frac{4(LS - V)}{3(LS - V)}T$$

$$= \frac{4}{3}T$$ //

2018 阪大

[3] 問11　容器B内で，ボイル－シャルルの法則より

$$\frac{PV}{T} = \frac{P'V}{T'}$$

$$\therefore \quad P' = \frac{T'}{T}P$$

$$= \frac{4}{3}P \;//$$

問12(a)　温度差が生じないためには，ピストンを引いたときに容器Aの外部 <u>から内部に熱が流入</u>(い) しなければならない

(b)　加熱すると気体Xの <u>内部エネルギーは増加</u>(あ) する.