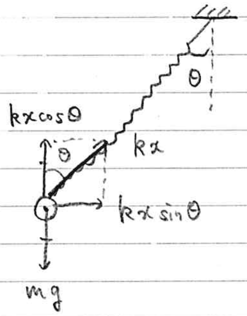
2021 神戸大

I 問1　ばねののびをxとすると、おもりに対する運動方程式の鉛直成分は、(鉛直上向きを正として)



$ma = F$ より

$$0 = kx\cos\theta - mg$$

$$kx\cos\theta = mg$$

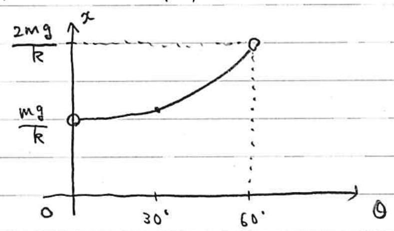
$$\underline{x = \frac{mg}{k\cos\theta}}$$

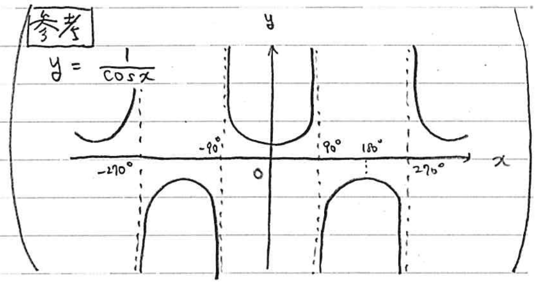
$\theta = 0°$のとき　$x = \dfrac{mg}{k}$,

$\theta = 30°$のとき　$x = \dfrac{2mg}{\sqrt{3}k} \fallingdotseq 1.15\cdot\dfrac{mg}{k}$,

$\theta = 60°$のとき　$x = \dfrac{2mg}{k}$

であることから グラフは





問2　ばねの長さが$L+x$となるので、図から円運動の半径rは

$$r = (L+x)\sin\theta$$

となる。角速度をωとすると、おもりに対する運動方程式の水平成分は (円の中心向きを正として)

$mr\omega^2 = F$ より

$$m(L+x)\cancel{\sin}\theta\cdot\omega^2 = kx\,\cancel{\sin}\theta$$

$$\cancel{m}\left(L + \frac{mg}{k\cos\theta}\right)\omega^2 = \cancel{k}\cdot\frac{\cancel{m}g}{\cancel{k}\cos\theta}$$

$$\frac{kL\cos\theta + mg}{k\cancel{\cos}\theta}\omega^2 = \frac{g}{\cancel{\cos}\theta}$$

$$\omega^2 = \frac{kg}{kL\cos\theta + mg}$$

$$\underline{\omega = \sqrt{\frac{kg}{kL\cos\theta + mg}}}$$

KOKUYO LOOSE-LEAF ノ-836C 5mm ruled×43 lines

2021 神戸大

I 問3　$v = r\omega$ より.
$v = (L+x)\sin\theta \cdot \omega$ であるから.
運動エネルギーKは

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2}m\omega^2(L+x)^2\sin^2\theta$$
$$= \frac{1}{2}m\cdot\frac{kg}{kL\cos\theta+mg}\cdot\left(\frac{kL\cos\theta+mg}{k\cos\theta}\right)^2\sin^2\theta$$
$$= \frac{1}{2}m\cdot kg\cdot\frac{kL\cos\theta+mg}{k^2}\cdot\tan^2\theta$$
$$= \underline{\frac{mg}{2k}(kL\cos\theta+mg)\tan^2\theta}$$

弾性エネルギーUは

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$
$$= \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k\cos\theta}\right)^2$$
$$= \underline{\frac{1}{2k}\left(\frac{mg}{\cos\theta}\right)^2}$$

問4　$K < U$ のとき. 問3の結果から

$$\frac{mg}{\cancel{2k}}(kL\cos\theta+mg)\tan^2\theta < \frac{1}{\cancel{2k}}\left(\frac{mg}{\cos\theta}\right)^2$$
$$(kL\cos\theta+mg)\frac{\sin^2\theta}{\cancel{\cos^2\theta}} < \frac{mg}{\cancel{\cos^2\theta}}$$
$$(kL\cos\theta+mg)(1-\cos^2\theta) < mg$$
$$\left(\frac{kL}{mg}\cos\theta+1\right)(1-\cos^2\theta) < 1$$
$$\frac{kL}{mg}\cos\theta(1-\cos^2\theta)+1-\cos^2\theta < 1$$
$$\frac{kL}{mg}\cos\theta(1-\cos^2\theta)-\cos^2\theta < 0$$

$\cos\theta \neq 0$ であるから. 両辺割ると.

$$\frac{kL}{mg}(1-\cos^2\theta)-\cos\theta < 0$$
$$(1-\cos^2\theta)-\frac{mg}{kL}\cos\theta < 0$$
$$\cos^2\theta+\frac{mg}{kL}\cos\theta-1 > 0$$

2021 神戸大

問4つづき．　ここで，

$$\cos^2\theta + \frac{mg}{kL}\cos\theta - 1 = 0$$

の解は

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\left(-\frac{mg}{kL} + \sqrt{\left(\frac{mg}{kL}\right) + 4}\right)$$

であるから．$0 < \cos\theta < 1$ において．

$$\underline{\frac{1}{2}\left(\sqrt{\left(\frac{mg}{kL}\right) + 4} - \frac{mg}{kL}\right) < \cos\theta < 1}$$

問5　　$k = 20\ \mathrm{N/m}$，$L = 0.10\ \mathrm{m}$，$\theta = 30°$，$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$ のとき

問4の計算過程から

$$\frac{mg}{2k}\left(kL\cos\theta + mg\right)\tan^2\theta = \frac{1}{2k}\left(\frac{mg}{\cos\theta}\right)^2$$

は，

$$\cos^2\theta + \frac{mg}{kL}\cos\theta - 1 = 0$$

とできるので．各値代入すると．

$$\frac{3}{4} + \frac{m \times 9.8}{20 \times 0.10} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = 0$$

$(\times 4)$

$$3 + 9.8\sqrt{3} \times m - 4 = 0$$

$$9.8\sqrt{3} \times m = 1$$

$$m = \frac{1}{9.8\sqrt{3}}$$

$$= 0.05898\ldots$$

$$\fallingdotseq \underline{5.9 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg}}$$

2021 神戸大

Ⅱ 問1

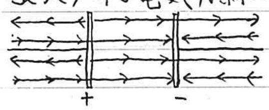
極板間の電界の強さは、

$V = Ed$ より

$V = E \cdot 5d$

$E = \dfrac{V}{5d}$

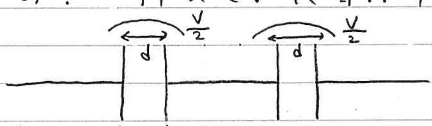
極板外の電界の強さは、それぞれの極板に出入りする電気力線を描くと、互いに

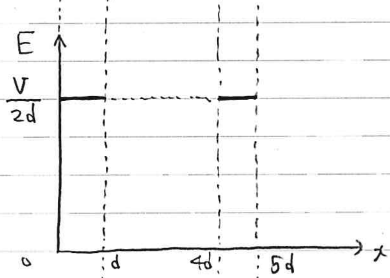


打ち消し合い 0 となる

問2

コンデンサー内は一様な電界が存在している。また V と d は比例関係にある。挿入された導体部を導線と見做して、2つのコンデンサーが直列に接続されていると考えると導体部には電界がなく、電圧降下も起きない。





$V = Ed$ より

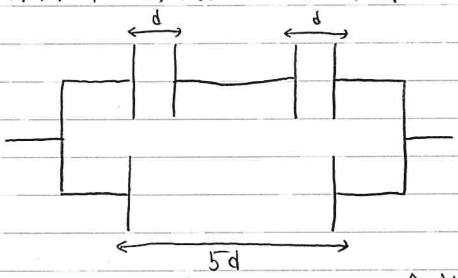
$\dfrac{V}{2} = Ed$

$E = \dfrac{V}{2d}$

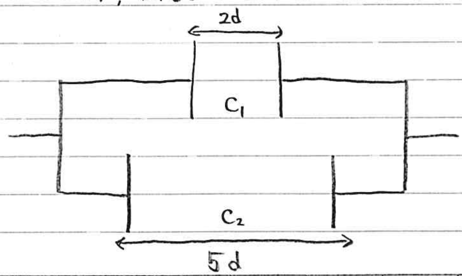
導出過程を示すよう指示があるので、いきなり 0 とすると不可となることに注意

問3

導体部を導線と見做して、回路を書くと、



となるが、回路の上のコースは合成して



と見做すと、見通しがよくなる。

2021　神戸大

II 問3つづき

C_1は面積が元のコンデンサーの $\frac{y}{y_0}$ 倍，極板間隔は $\frac{2}{5}$ 倍．

C_2は面積が元のコンデンサーの $\frac{y_0-y}{y_0}$ 倍，極板間隔は 1 倍

であるから．それぞれのコンデンサーの電気容量は，

$$C_1 = \frac{5}{2}\cdot\frac{y}{y_0}C \quad , \quad C_2 = \frac{y_0-y}{y_0}C$$

となり，回路全体の合成容量は，

$$\begin{aligned} C_{合} &= C_1 + C_2 \\ &= \frac{5y}{2y_0}C + \frac{2y_0-2y}{2y_0}C \\ &= \frac{2y_0+3y}{2y_0}C \end{aligned}$$

となる．

いま，スイッチを開いてから導体をコンデンサーに挿入しているので，

Qが一定で，Vが変化する．そこで，静電エネルギーの公式は，Vを使わない

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$ を用いるのがよい

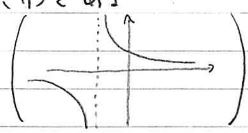
$$U = \frac{Q^2}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}y_0}{(2y_0+3y)C}$$

↓ $Q = CV$（初期条件と同じ）

$$\begin{aligned} &= C^2V^2\cdot\frac{y_0}{(2y_0+3y)C} \\ &= \underline{\underline{\frac{y_0}{2y_0+3y}CV^2}} \end{aligned}$$

ここで，yを変数と見ると $\frac{1}{y+\alpha}$ の概形のグラフが描かれることが分かる．

これは $U=\frac{1}{y}$ をy軸方向へ$-\alpha$だけ平行移動させた形である

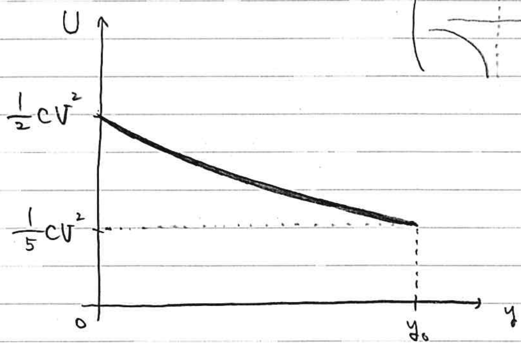


$y=0$のとき．

$$\begin{aligned} U &= \frac{y_0}{2y_0}CV^2 \\ &= \frac{1}{2}CV^2 \end{aligned}$$

$y=y_0$のとき

$$\begin{aligned} U &= \frac{y_0}{5y_0}CV^2 \\ &= \frac{1}{5}CV^2 \end{aligned}$$



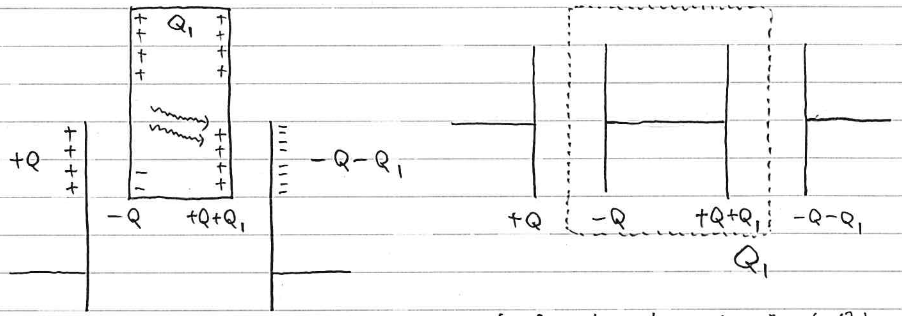
2021 神戸大

Ⅱ問4 導体とコンデンサーの間には、互いに逆符号の電荷が帯電するので、

引力// がはたらく。

また、この力は、問3のグラフより、Uが減少していることから、
極板間の静電気力が小さくなることが読みとれるので、
引力の大きさは 減少// する。

問5



スイッチが開かれているので、右側の電荷のみ
変化する。そのため、Q_1は全て右側に寄る。

左側のコンデンサーは、極板間隔が$\frac{1}{5}$倍になるので、電気容量が5倍、
右側のコンデンサーは、それに加えて電荷が$(Q+Q_1)$となる。このことから導体の
挿入後の静電エネルギーをU'とすると、

$$U' = \frac{Q^2}{2C} \times \frac{1}{5} + \frac{(Q+Q_1)^2}{2C} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{Q^2+(Q+Q_1)^2}{10C}$$

これが元の静電エネルギー $U\left(=\frac{Q^2}{2C}\right)$ より大きければいいので、

$$\frac{Q^2+(Q+Q_1)^2}{10C} > \frac{5Q^2}{10C}$$

$$(Q+Q_1)^2 > 4Q^2$$

$\therefore$

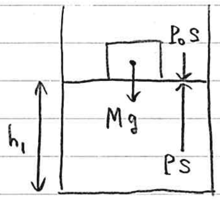
$$Q+Q_1 < -2Q \quad , \quad 2Q < Q+Q_1$$

$$Q_1 < -3Q \quad , \quad Q < Q_1$$

$$\underline{Q_1 < -3CV \quad , \quad CV < Q_1}\ /\!/$$

2021 神戸大

Ⅲ 問1



状態Bでの圧力をPとすると、力のつり合いの式は

$$P_0S + Mg = PS$$

となる。状態AB間でボイル則を適用すると、

$$P_0V_0 = PV$$
$$= PSh_1 \quad \text{より}$$

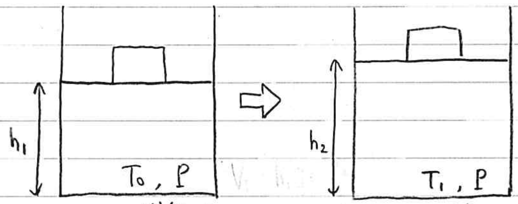
$$PS = \frac{P_0V_0}{h_1}$$

であるからつり合いの式に代入し、

$$P_0S + Mg = \frac{P_0V_0}{h_1}$$

$$h_1 = \frac{P_0V_0}{P_0S + Mg}$$

問2



状態B　　状態C

力はつり合ったままなので、
圧力Pは一定と分かる
つまり、定圧変化をしている

ボイルシャルル則より

$$\frac{P\cdot Sh_1}{T_0} = \frac{P\cdot Sh_2}{T_1}$$

$$\frac{h_1}{T_0} = \frac{h_2}{T_1}$$

$$\therefore \quad h_2 = \frac{T_0}{T_1}h_1$$

$$= \frac{T_0}{T_1}\cdot\frac{P_0V_0}{PS+Mg}$$

2021 神戸大

Ⅲ 問3

$W_{BC} = P\Delta V$ より

$= PS(h_2 - h_1)$

$= PSh_2 - PSh_1$

$= \frac{T_1}{T_0}P_0V_0 - P_0V_0$

$= \frac{T_1 - T_0}{T_0}P_0V_0$ //

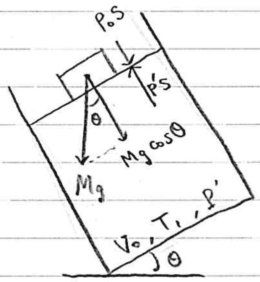
$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC}$ より

$Q_{BC} = \frac{3}{2}P\Delta V + P\Delta V$ 　 $\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$ に $P\Delta V = nR\Delta T$ を適用

$= \frac{5}{2}P\Delta V$

$= \frac{5}{2}W_{BC}$ //

問4



状態ADで ボイルシャルル則より 圧力 P'として

$\frac{P_0V_0}{T_0} = \frac{P'V_0}{T_1}$

$P' = \frac{T_1}{T_0}P_0$

となるから 力のつり合いの式は

$P_0S + Mg\cos\theta = P'S$

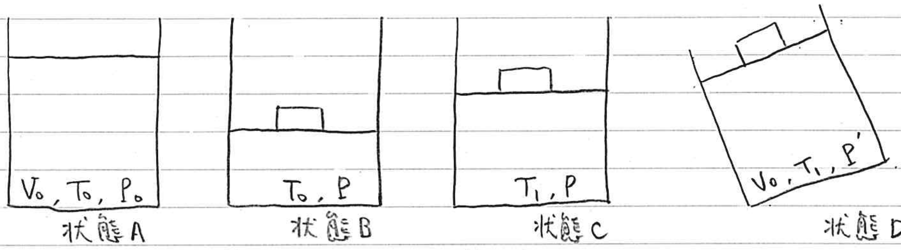
$P_0S + Mg\cos\theta = \frac{T_1}{T_0}P_0S$

$Mg\cos\theta = \frac{T_1 - T_0}{T_0}P_0S$

$\cos\theta = \frac{T_1 - T_0}{T_0} \cdot \frac{P_0S}{Mg}$ //

2021 神戸大

III 問5



$V_B = h_1 S$
$= \frac{1}{2} V_0$ とする

$V_C = h_2 S$

A → B : 等温変化
B → C : 定圧変化
C → D : 等温変化

AB間でボイル則より
$P_0 V_0 = P S h_1$
$= P \cdot \frac{1}{2} V_0$
$\therefore \quad P = 2P_0$

以上より、グラフは次のとおり